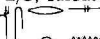


CALCULS ÉGYPTIENS DU MOYEN-EMPIRE

PAR

G. DARESSY

Au Musée du Caire sont conservées deux tablettes en bois recouvert d'une couche de plâtre poli et gommé de manière à pouvoir recevoir l'écriture à l'encre; elles mesurent l'une 0^m465 sur 0^m26, l'autre 0^m475 sur 0^m25, et elles devaient anciennement être réunies par une ficelle passant dans un trou ménagé au milieu d'un des grands côtés¹. Ces planchettes proviennent d'Akhmîm; dans le *Catalogue général*, je les ai ainsi décrites : « D'un côté était écrite une lettre, en grande écriture verticale; il n'en reste que peu de chose, cette partie de la tablette ayant perdu son enduit. A gauche, est une liste de trente et un domestiques  , datée de l'an XXVIII d'un roi qui n'est pas nommé. Au revers, sont tracés des exercices de calcul sur la multiplication par nombres entiers et fractionnaires. » L'autre tablette est « analogue à la précédente. Sur une face, vers la gauche, est dressée une liste nominative de domestiques, comprenant vingt-sept personnes; l'espace libre a servi à tracer des exercices de calcul, notamment sur le nombre fractionnaire $\frac{1}{3}$, calculs qui se continuent sur le revers. » Le style de l'écriture, des noms comme  , dénotent l'Ancien-Empire. Le roi n'est pas désigné, mais, comme plusieurs souverains de la XII^e dynastie ont régné plus de vingt-huit ans, alors que ce chiffre a été rarement atteint par les rois des dynasties suivantes jusqu'à la XVIII^e, il est probable que le document est contemporain d'un Usertesen ou d'un Amenemhât.

Depuis qu'ils ont été signalés, les calculs que portent ces tablettes n'ont pas été étudiés; ils méritent pourtant quelque attention. Ils sont tracés à l'encre noire sans ordre régulier, sur les deux faces, et leur longueur est telle que l'on a pu en superposer deux dans le travers des planchettes. Au total, on compte quatorze exercices, mais, comme plusieurs se répètent, il n'y a que cinq données différentes, sur les nombres $\frac{1}{2}$, 7, 10, 11 et 13. Tous les problèmes sont à peu près du même type. Ils se rapportent pour les chiffres choisis :

1° A des multiplications par des nombres entiers, 1, 10, 20, 2, 4, 8;

2° A la recherche des fractions par lesquelles il faut multiplier le chiffre pour obtenir 1, 2, 4 ou 8;

3° A la recherche de l'expression en système binaire des fractions ayant les chiffres étudiés comme dénominateur (ce que les Grecs appelaient fractions homonymes), multipliées par les nombres entiers, 1, 2, 4, 8, ou par les fractions binaires, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, etc.

Les fractions employées pour les calculs appartiennent à deux systèmes différents de numération et emploient des signes différents :

1° Les fractions ordinaires, dont le numérateur est toujours l'unité et le dénominateur un chiffre quelconque de la numération décimale. Ces fractions se marquent

1. N° d'entrée 26441 et 26442. N° 25367 et 25368 au *Catalogue général*.

ordinairement par les chiffres surmontés d'un point, mais ici on a omis les points, en sorte que les fractions ne se distinguent pas des nombres entiers, et l'on ne sait à première vue si, par exemple, **III** **X** signifie 13 ou $\frac{1}{13}$. Ces fractions sont peu employées sur nos deux tablettes et seulement pour compléter les expressions.

2° Les fractions fondées sur un système de numération binaire, employant comme unités les diverses puissances de $\frac{1}{2}$ jusqu'à $\frac{1}{1024}$. Chacune de ces fractions est figurée par un signe spécial. Accessoirement on utilise des valeurs intermédiaires entre les puissances 6, 7, 8 et 9 de $\frac{1}{2}$, qui sont supérieures de $\frac{1}{2}$ à la fraction la plus faible des deux termes entre lesquels elles sont intercalées, ce qui les rattache en quelque sorte à un système dont $\frac{1}{2}$ est l'unité, si bien qu'elles valent $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$ et $\frac{1}{128}$. Nous pouvons, grâce à ces tablettes, dresser une liste des sigles de ces fractions, plus complète que celles qui ont été établies jusqu'à ce jour, d'après l'étude des autres documents mathématiques :

$\frac{1}{2}$	↵	$\frac{1}{1 \frac{1}{2}}$ (ou $\frac{2}{3}$)	↑
$\frac{1}{4}$	6	$\frac{1}{3}$	↑
$\frac{1}{8}$	/		
$\frac{1}{16}$	↗		
$\frac{1}{32}$	3		
$\frac{1}{64}$	+		
$\frac{1}{128}$	W	$\frac{1}{128} + (\frac{1}{128} \times \frac{1}{3})$ ou $\frac{1}{96}$	W
$\frac{1}{256}$	↵	$\frac{1}{256} + (\frac{1}{256} \times \frac{1}{3})$ ou $\frac{1}{192}$	W
$\frac{1}{512}$	➤	$\frac{1}{384} + (\frac{1}{384} \times \frac{1}{3})$ ou $\frac{1}{384}$	W
$\frac{1}{1024}$	X		

1. Les signes pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{16}$ sont identiques.

Lorsqu'on doit multiplier une fraction par l'unité ou un nombre entier, ce nombre est affecté d'un trait oblique; ainsi, dans les opérations sur $\frac{1}{7}$:


 voudra dire $\frac{1}{7} \times 1$ ou $\frac{1}{7}$.
 — $\frac{1}{7} \times 2$ ou $\frac{2}{7}$.
 — $\frac{1}{7} \times 4$ ou $\frac{4}{7}$. Etc.

Dans ce cas, la fraction $\frac{1}{8}$, que les Égyptiens semblent avoir considérée comme une unité, est marquée . La multiplication par $\frac{1}{8}$ s'exprime par , celle par $\frac{1}{4}$ par , celle par les autres fractions s'indique par le chiffre ordinaire surmonté d'un point, , voudra dire $\times \frac{1}{8}$.

Quand une valeur est exprimée par une série de fractions à additionner, celles-ci sont rangées par ordre de valeur, les plus fortes en premier, et si, après des fractions faibles, on en rencontre de plus fortes, c'est qu'elles sont des multiples du terme qui précède; ainsi, $\frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{512} + \frac{1}{14}$ signifiera $\frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{512} + (\frac{1}{512} \times \frac{1}{7}) + (\frac{1}{512} \times \frac{1}{14})$. Ces principes une fois posés, nous pouvons aborder l'examen des calculs transcrits sur les tablettes.

Le plus bas chiffre étudié est $\frac{1}{3}$, considéré comme nombre simple. La série suivante est inscrite deux fois :

 1
 1 11
 1 1 11
 1 1 11
 1 1 11 3
 1 1 11 3
 1 1 11 3 1
 1 1 11 3 1
 1 1 11 3 1 1
 1 1 11 3 1 1
 1 1 11 3 1 1 1
 1 1 11 3 1 1 1
 1 1 11 3 1 1 1 1
 1 1 11 3 1 1 1 1

ce qui se transcrit :

1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$
4	$1 \frac{1}{3}$
$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256} \frac{2}{3}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{128} \frac{1}{3}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64} \frac{1}{256} \frac{2}{3}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32} \frac{1}{128} \frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16} \frac{1}{64} \frac{1}{256} \frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} \frac{1}{32} \frac{1}{128} \frac{1}{3}$
.1	$\frac{1}{4} \frac{1}{16} \frac{1}{64} \frac{1}{256} \frac{2}{3}$
.2	$\frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{32} \frac{1}{128} \frac{1}{3}$

Ce calcul serait juste si le scribe n'avait eu la mauvaise inspiration d'alterner $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ au résultat, au lieu de mettre partout le tiers. En rétablissant ce qui aurait dû être, on pourrait transcrire selon notre manière :

$\left[\frac{1}{3}\right] \times 1 = \frac{1}{3}$	$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{8} \left(\text{ou } \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{32} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$
$\left[\frac{1}{3}\right] \times 2 = \frac{2}{3}$	$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{4} \left(\text{ou } \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$
$\left[\frac{1}{3}\right] \times 4 = 1 + \frac{1}{3}$	$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{2} \left(\text{ou } \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$
$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{64} \left(\text{ou } \frac{1}{192}\right) = \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$	$\left[\frac{1}{3}\right] \times 1 \left(\text{ou } \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$
$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{32} \left(\text{ou } \frac{1}{96}\right) = \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$	$\left[\frac{1}{3}\right] \times 2 \left(\text{ou } \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$
$\left[\frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{16} \left(\text{ou } \frac{1}{48}\right) = \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$	

La seconde série d'exercices, sur laquelle le calculateur s'est repris à quatre fois, porte sur le nombre 7; par une étourderie inexplicable, il a chaque fois porté $2 \times 7 = 12$ et $4 \times 7 = 24$. Voici du reste l'exercice :

$\frac{1}{2}$	1	7				
$\frac{1}{3}$	10	70				
$\frac{1}{4}$	20	140				
$\frac{1}{5}$	40	280				
$\frac{1}{6}$	2	12 (sic)				
$\frac{1}{7}$	4	24 (sic)				
$\frac{1}{8}$	1					
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	2				
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	4				
$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{14}$	
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{28}$
$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{192}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{14}$

En dehors des erreurs grossières signalées plus haut, il y a d'autres méprises dans

l'évaluation en fractions binaires des termes $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$ et $\frac{4}{7}$. Pour $\frac{1}{7}$, le quatorzième de $\frac{1}{32}$ est de trop; pour $\frac{2}{7}$, les trois derniers termes sont erronés; enfin, pour $\frac{4}{7}$, les deux premiers chiffres seuls sont bons. La transcription moderne après rectification donnerait :

$[7] \times 1$	$= 1$	$[7] \times \frac{1}{7}$	$= 1$
$[7] \times 10$	$= 70$	$[7] \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{28}\right)$	$= 2$
$[7] \times 20$	$= 140$	$[7] \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{14}\right)$	$= 4$
$[7] \times 40$	$= 280$	$\left[\frac{1}{7}\right] \times 1$ (ou $\frac{1}{7}$)	$= \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{512} \left(1 + \frac{1}{7}\right)$
$[7] \times 2$	$= 14$	$\left[\frac{1}{7}\right] \times 2$ (ou $\frac{2}{7}$)	$= \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{7}\right)$
$[7] \times 4$	$= 28$	$\left[\frac{1}{7}\right] \times 4$ (ou $\frac{4}{7}$)	$= \frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{7}\right)$

Les opérations sur 10 n'ont été faites que deux fois, et l'un des exercices est en partie effacé :

	1 10
	10 100
	20 200
	2 20
	.1 $\frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{192}$
	.2 $\frac{1}{8} \frac{1}{16} \left(\frac{1}{96}\right)?$
	.4 $\frac{1}{4} \frac{1}{8} \frac{1}{64} \frac{1}{128}$
	.8 $\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{256}$

Les valeurs des fractions sont fausses. Pour $\frac{1}{10}$, l'équation juste $\frac{1}{10} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}\right)$ est remplacée par $\frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{8}\right)$, ce qui donne un résultat trop faible. Pour les $\frac{3}{10}$, le dernier terme semble avoir été $\frac{1}{96}$ ou $\frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{8}\right)$ remplaçant à tort $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}\right)$.

Pour $\frac{4}{10}$, le scribe a omis d'ajouter le cinquième de $\frac{1}{128}$; la dernière valeur est également fautive, le cinquième de $\frac{1}{64}$ ayant été remplacé par $\frac{1}{4}$. Le calcul corrigé se présente ainsi :

$[10] \times 1$	$= 10$	$\left[\frac{1}{10}\right] \times 1 \left(\text{ou } \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} \left(1 + \frac{1}{5}\right)$
$[10] \times 10$	$= 100$	$\left[\frac{1}{10}\right] \times 2 \left(\text{ou } \frac{2}{10}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} \left(1 + \frac{1}{5}\right)$
$[10] \times 20$	$= 200$	$\left[\frac{1}{10}\right] \times 4 \left(\text{ou } \frac{4}{10}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \left(1 + \frac{1}{5}\right)$
$[10] \times 2$	$= 20$	$\left[\frac{1}{10}\right] \times 8 \left(\text{ou } \frac{8}{10}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \left(1 + \frac{1}{5}\right)$

Ce sont les exercices sur 11 qui ont été le plus souvent répétés : on les trouve quatre fois sur les tablettes. Dans un de ces cas, le scribe a mis $[11] \times 2 = 12$ et $[11] \times 4 = 24$; les autres chiffres sont partout les mêmes :

The image shows a series of handwritten Egyptian mathematical exercises on a tablet. The text is written in hieroglyphs and includes some corrections. The exercises are arranged in a vertical column, with each line representing a calculation. The calculations involve the number 11 and fractions, and some lines show corrections or alternative ways of writing the same value. The handwriting is in a cursive style, typical of ancient Egyptian scribes.

1	11
10	110
20	220
2	22
4	44
8	88
$\frac{1}{11}$	1
.1	$\frac{1}{16} \frac{1}{64} \frac{1}{96} \frac{1}{11}$
.2	$\frac{1}{8} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{128} \frac{1}{384} \frac{1}{66}$
.4	$\frac{1}{4} \frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{256} \frac{1}{33}$
.8	$\frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{192} \frac{2}{3} \frac{1}{22} \frac{1}{66}$

La transcription de la fraction $\frac{1}{11}$ en somme de fractions binaires est assez difficile, puisqu'elle ne demande pas moins de six termes. Le calculateur s'y est embrouillé et il n'a pas trouvé une seule valeur exacte; pour abrégé, il a employé les fractions de la série $\frac{1}{3}$. En le suivant sur ce terrain, son tableau aurait dû être dressé ainsi :

$[11] \times 1 = 11$	$[11] \times \frac{1}{11} = 1$
$[11] \times 10 = 110$	$[\frac{1}{11}] \times 1$ (ou $\frac{1}{11}$) $= \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{96} + \frac{1}{512} + \frac{1}{1024} (\frac{1}{3} + \frac{1}{11})$
$[11] \times 20 = 220$	$[\frac{1}{11}] \times 2$ (ou $\frac{1}{11}$) $= \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{512} + \frac{1}{11}$
$[11] \times 2 = 22$	$[\frac{1}{11}] \times 4$ (ou $\frac{4}{11}$) $= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \frac{1}{11}$
$[11] \times 4 = 44$	$[\frac{1}{11}] \times 8$ (ou $\frac{8}{11}$) $= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{192} (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{88})$
$[11] \times 8 = 88$	

L'emploi des fractions dérivées n'offrait en réalité aucun avantage, et il aurait mieux fait d'écrire $\frac{1}{11} = \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{1024} (1 + \frac{1}{11})$ et $\frac{8}{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} (1 + \frac{1}{11})$; il ne faut pourtant pas nous plaindre de ses erreurs, puisqu'elles nous font connaître les sigles des fractions $\frac{1}{96}$, $\frac{1}{128}$ et $\frac{1}{384}$. Somme toute, ses hésitations ne portent que sur les fractions infimes, l'erreur sur $\frac{1}{11}$ est de $\frac{149}{100.000}$ en moins, sur $\frac{2}{11}$ elle est de $\frac{519}{1.000.000}$ en trop, sur $\frac{1}{11}$ elle est des $\frac{2}{33}$ de $\frac{1}{256}$ ou $\frac{236}{1.000.000}$ en moins, enfin sur $\frac{8}{11}$ il y a $\frac{474}{1.000.000}$ d'excédent.

Les exercices sur le nombre 13 ont été tentés trois fois, mais la première fois ils sont restés inachevés avant d'arriver aux fractions, et la seconde fois le scribe s'est arrêté aux $\frac{3}{14}$. Les résultats présentent quelques variantes :

1	13'
10	130
20	260
2	26
4	52
$\frac{1}{13}$	1
$\frac{1}{8} \frac{1}{52} \frac{1}{104}$	2
$\frac{1}{4} \frac{1}{26} \frac{1}{52}$	4
$\frac{1}{2} \frac{1}{13} \frac{1}{26}$	8
.1	$\frac{1}{16} \frac{1}{64} \frac{1}{96} \frac{1}{512} \frac{1}{13} \frac{1}{26}$
.2	$\frac{1}{8} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{96} \frac{1}{13} \frac{1}{52} \frac{1}{104}$
.4	$\frac{1}{4} \frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{128}$

et dans le calcul le plus complet :

$\frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
 $\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

1. Ce commencement est pris au premier essai, car le second porte par erreur 1.15, 10.150.

$$\begin{aligned}
 & .1 \frac{1}{16} \frac{1}{96} \frac{1}{512} \frac{1}{13} \frac{1}{26} \\
 & .2 \frac{1}{8} \frac{1}{32} \frac{1}{96} \frac{1}{1024} ? \frac{1}{13} \frac{1}{52} \frac{1}{104} \\
 & .4 \frac{1}{4} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{192} \frac{1}{1024} \frac{1}{8} \frac{1}{13} \frac{1}{104} \\
 & .8 \frac{1}{2} \frac{1}{16} \frac{1}{32} \frac{1}{64} \frac{1}{256} \frac{1}{512} \frac{1}{1024} \frac{1}{8} \frac{1}{26} \frac{1}{104}
 \end{aligned}$$

Voici ce qu'aurait dû être cet exercice :

$$\begin{aligned}
 [13] \times 1 & = 13 \\
 [13] \times 10 & = 130 \\
 [13] \times 20 & = 260 \\
 [13] \times 2 & = 26 \\
 [13] \times 4 & = 52 \\
 [13] \times \frac{1}{13} & = 1 \\
 [13] \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}\right) & = 2 \\
 [13] \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{52}\right) & = 4 \\
 [13] \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26}\right) & = 8 \\
 [13] \times 1 \text{ ou } \frac{1}{13} & = \frac{1}{16} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \frac{1}{2048} + \frac{1}{4096} \left(1 + \frac{1}{13}\right) \\
 & \text{ou } \frac{1}{16} + \frac{1}{96} + \frac{1}{512} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{104}\right) \\
 [13] \times 2 \text{ ou } \frac{2}{13} & = \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2048} \left(1 + \frac{1}{13}\right) \\
 & \text{ou } \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{96} + \frac{1}{1024} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{13}\right) \\
 [13] \times 4 \text{ ou } \frac{4}{13} & = \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{512} + \frac{1}{1024} \left(1 + \frac{1}{13}\right) \\
 [13] \times 8 \text{ ou } \frac{8}{13} & = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} \left(1 + \frac{1}{13}\right)
 \end{aligned}$$

On peut noter dans l'évaluation des fractions un certain nombre de fautes, qui ont rendu les calculs mauvais. Pour $\frac{1}{13}$, à son dernier essai, le scribe a bien fait de supprimer le $\frac{1}{64}$ qui était de trop, mais il n'a pas su trouver les fractions de $\frac{1}{512}$ nécessaires, et il a obtenu un résultat trop faible de $\frac{525}{1.000.000}$. Pour $\frac{2}{13}$, il a mis la sigle $\frac{1}{32}$ au lieu de la sigle $\frac{1}{64}$, et ses petites fractions en sont devenues trop faibles. C'est également en déficit que se présente la valeur de $\frac{4}{13}$ tandis que les $\frac{8}{13}$ sont trop forts de la différence entre $\frac{1}{512} \times \frac{1}{13}$ (ou $\frac{1}{65536}$) et $\frac{1}{1024} \left(1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{26} + \frac{1}{104}\right)$, soit $\frac{794}{1.000.000}$.

Tels sont les calculs que ces tablettes nous ont conservés. Je ne pense pas qu'ils soient l'œuvre d'un écolier, puisqu'ils sont tracés sur les blancs d'une liste dressée sans doute par l'écrivain d'une administration ; mais cet écrivain, peu ferré en calcul, a voulu essayer de se rappeler ce qu'il avait appris autrefois à l'école, et il n'y est pas toujours parvenu. Il manquait à côté de lui un maître pour lui corriger ses erreurs, et il n'a pas su trouver ses fautes.

Nous n'avons sur les tablettes que les résultats, et les calculs mêmes que le scribe avait dû faire pour obtenir les fractions ne sont pas inscrits : ou bien il les avait tracés sur un ostracon, ou bien il s'était servi de tables. L'emploi des fractions binaires est assez commode, s'il est parfois un peu long. La conversion de la fraction ordinaire homonyme en la fraction correspondante binaire se faisait en appliquant la formule $\frac{b-a}{ba}$, dans laquelle b est une fraction binaire dont la valeur est la plus petite possible au-dessous de la fraction à réduire, et a la fraction ou le reste d'une soustraction précédente. A la différence on appliquait la même règle jusqu'à ce qu'on trouvât un reste qui fût à la dernière fraction binaire, employée justement comme la valeur du chiffre sur lequel on opère ou un sous-multiple de ce chiffre. La seule complication est que chacun des restes devait être réduit en fraction à numérateur 1. Des exemples feront mieux comprendre l'explication.

Soit $\frac{1}{7}$ à réduire en fractions binaires.

La plus petite fraction binaire inférieure à $\frac{1}{7}$ est $\frac{1}{8}$. La différence entre ces deux fractions est $\frac{8-7}{8 \times 7} = \frac{1}{56}$.

De même, de $\frac{1}{56}$ on devra soustraire $\frac{1}{64}$:

$$\frac{1}{56} - \frac{1}{64} = \frac{64-56}{64 \times 56} = \frac{8}{3584} \text{ ou } \frac{1}{448}$$

de $\frac{1}{448}$ déduisons $\frac{1}{512}$:

$$\frac{1}{448} - \frac{1}{512} = \frac{512-448}{512 \times 448} = \frac{64}{229372} \text{ ou } \frac{1}{3584}$$

mais $\frac{1}{3584}$ est le septième de $\frac{1}{512}$, on aura donc :

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{512} + \frac{1}{512 \times 7}$$

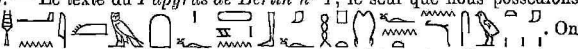
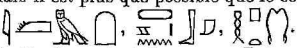
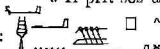
Les calculs sont parfois plus compliqués, lorsque la réduction au numérateur 1 donne une fraction complexe au dénominateur. C'est ce qui arrive, par exemple, pour $\frac{1}{10}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} - \frac{1}{16} &= \frac{16-10}{16 \times 10} = \frac{6}{160} = \frac{1}{26\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{26\frac{2}{3}} - \frac{1}{32} &= \frac{32-26\frac{2}{3}}{32 \times 26\frac{2}{3}} = \frac{5\frac{1}{3}}{853\frac{1}{3}} = \frac{1}{160} \\ \frac{1}{160} - \frac{1}{256} &= \frac{256-160}{256 \times 160} = \frac{96}{40960} = \frac{1}{426\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{426\frac{2}{3}} - \frac{1}{512} &= \frac{512-426\frac{2}{3}}{512 \times 426\frac{2}{3}} = \frac{85\frac{1}{3}}{218459\frac{1}{3}} = \frac{1}{2560} \end{aligned}$$

mais $\frac{1}{2560}$ est le cinquième de $\frac{1}{512}$, et comme $\frac{1}{5} = \frac{1}{10} \times 2$, le scribe se serait arrêté là sans pousser à des fractions infimes pour avoir finalement une valeur du $\frac{1}{10}$ de fraction binaire. Le résultat proclamé aurait dû être :

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \frac{1}{512 \times 5}.$$

Ce document est intéressant pour l'histoire des mathématiques. Cet emploi presque exclusif des fractions binaires semblerait indiquer que primitivement c'était le seul système connu pour l'évaluation des valeurs inférieures à l'unité; au fur et à mesure qu'ils se rapprochent de nous, les opérateurs font un usage plus fréquent des fractions à numérateur quelconque. Les calculs du Papyrus Rhind, bien que datés d'un roi de la fin du Moyen-Empire, offrent beaucoup moins de recherche de l'usage des valeurs dérivées de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$; l'esprit mathématique se développe, on comprend mieux ce qu'est une fraction prise en elle-même, c'est-à-dire une partie de l'unité, au lieu de considérer chaque fraction binaire, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc., comme une véritable unité, inférieure à 1, à laquelle il faut comparer les valeurs moindres que 1. Toutefois le progrès est lent; le Papyrus mathématique d'Akhmim² utilise indifféremment toutes les fractions, le numérateur restant toujours 1; la grande innovation du numérateur variable n'est pas encore en usage. Ce n'est qu'avec l'emploi des chiffres arabes que la science des nombres peut se développer et le calcul des fractions se simplifier, en se vérifiant par l'utilisation des fractions décimales.

Sinouhit, l. 134-135. — Le texte du *Papyrus de Berlin n° 1*, le seul que nous possédions pour ce passage, donne : . On pourrait traduire à la rigueur, comme j'ai fait il y a trente ans : « Voici son bouclier, sa pique, » sa brassée de javelines », mais il est plus que possible que le scribe a passé en cet endroit un verbe qui régissait les mots . Le terme employé en pareille circonstance est  d'ordinaire : ainsi l'on a, au *Poème de Pentaour*,  « Il prit ses armes de combat »¹. Je rétablirai donc le passage de Sinouhit comme il suit :  « Voici » qu'il a pris son bouclier, sa pique, sa brassée de javelines ». — G. MASPERO.

1. Il n'y a pas au Papyrus Rhind d'exercices de calcul du même genre que ceux qui sont étudiés ici.

2. Publié par J. BAILLET dans les *Mémoires de la Mission française archéologique du Caire*, t. IX, fasc. 1.

3. E. de Rougé, *Le Poème de Pentaour*, l. 17-18, dans la *Recue égyptologique*, t. IV, p. 126.